APELLIDOS : . . . .

inicial 1er apellido

NOMBRE: . . . . GRUPO: . . .

Examen Final, grupos A, B y C MÉTODOS MATEMÁTICOS II (15-01-2019)

Justifica tus respuestas Tiempo: Tres horas

1.- (1 punto) Halla la forma normal de Hermite (por filas y columnas) y el rango de A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 & 2 & 8 \\ -1 & 2 & -5 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 8 & -5 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.- (1,5 puntos) Halla los valores $a, b \in \mathbf{R}$ para que el sistema de ec. tenga un conjunto biparamétrico de soluciones y obtén dichas soluciones.

$$\left\{ \begin{array}{lllll} 2x & +ay & +3z & -3w & = 0 \\ 2x & +2y & +3z & +3w & = 2 \\ & 2y & & +3w & = b \end{array} \right.$$

3.- (2 puntos) En $\mathbf{R}^3$ se consideran los subespacios $U = \mathbf{L}\{(1,1,3),(0,1,1),(1,0,2)\}$ y $W = \{(x,y,z) : 2x - z = 0, y = 0\}$.

a) Halla una base para U y una base para W.

b) Halla el subespacio vectorial $U + W$, su dimensión y unas ecuaciones implícitas.

c) Halla el subespacio vectorial $U \cap W$, su dimensión y una base.

4.- (2 puntos) Consideramos la aplicación lineal $f : \mathbf{R^3} \mapsto \mathbf{R^4}$, y las bases $B_1 = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ y $B_2 = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4\}$ de ambos espacios respectivamente. De la aplicación f se sabe que

$$f(\overrightarrow{e_1}) = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2} + 2\overrightarrow{v_3} - \overrightarrow{v_4}, \qquad f(\overrightarrow{e_2}) = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2} + 3\overrightarrow{v_3},$$

y se sabe además que el vector $\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2} + 2\overrightarrow{e_3}$ pertenece al núcleo.

a) Halla la matriz M de f respecto de las bases dadas.

b) Halla el núcleo y la imagen de f. ¿Es f inyectiva? ¿Es f sobreyectiva?

5.- (1,5 puntos) Usando determinantes, elimina los parámetros del siguiente sistema :

$$\left. \begin{array}{rlllll} x = & 1 & & +\mu & +2\nu \\ y = & 2 & -\lambda & -2\mu & \\ z = & & \lambda & +3\mu & +2\nu \\ t = & 3 & +\lambda & +\mu & -2\nu \end{array} \right\}$$

6.- (2 puntos) Estudia si la siguiente matriz es diagonalizable, hallando la matriz diagonal D, la matriz paso P y comprobando que A y D son semejantes

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

APELLIDOS : . . . .

inicial 1er apellido

NOMBRE: . . . . GRUPO: . . .

Examen 2^0 parcial, grupos A, B y C MÉTODOS MATEMÁTICOS II (15-1-2019)

Justifica tus respuestas Tiempo: 2:30 h

1.- (2,5 puntos) Consideramos el endomorfísmo f de $\mathbf{R}^4$, y la base $B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4\}$. De la aplicación f se sabe que

$$f(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \vec{0},\ f(\vec{v}_1 - \vec{v}_3) = \vec{0},\ f(\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3) = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3,\ f(\vec{v}_4) = \vec{v}_4$$

a) Halla la matriz M de f respecto de la base B.
b) Determina unas bases para $Im(f)$ y $Ker(f)$. ¿ Es f un isomorfísmo ?
c) Consideremos el subespacio vectorial V de $\mathbf{R}^4$, $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0,\ x_1 - x_2 + 2x_4 = 0,\ x_4 = 0\}$. Determina una base para $f(V)$.
d) Halla la matriz M' de f respecto de la nueva base

$$B' = \{\vec{w}_1 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4,\ \vec{w}_2 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4,\ \vec{w}_3 = \vec{v}_3 + \vec{v}_4,\ \vec{w}_4 = \vec{v}_4\}$$

2.- (1 punto) Conociendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 0 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 3$. Calcula el determinante $\begin{vmatrix} 2c & b-c & a \\ 2z & y-z & x \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

3.- (1,5 puntos) Usando determinantes, elimina los parámetros del siguiente sistema :

$$\left.\begin{array}{rcccc} x = & 1 & & +\mu & +2\nu \\ y = & 2 & -\lambda & -2\mu & \\ z = & & \lambda & +3\mu & +2\nu \\ t = & 3 & +\lambda & +\mu & -2\nu \end{array}\right\}$$

4.- (2,5 puntos) Sea $f : \mathbf{R^3} \mapsto \mathbf{R^3}$ la aplicación lineal definida respecto de la base canónica por la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Determina una base B' para que la matriz asociada a f respecto de B' sea $A' = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
b) Halla la matriz asociada a la aplicación $(f \circ f \circ f \circ f \circ f)$ respecto de la base B'

5.- (2,5 puntos) Estudia si la siguiente matriz es diagonalizable, hallando la matriz diagonal D, la matriz paso P y comprobando que A y D son semejantes

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$